DMC : Choix de projet

February 23, 2017

1 Pêche

On prend le modèle du cours. La population de poissons suit naturellement l'évolution :

$$\overset{\bullet}{x} = rx\left(1 - \frac{x}{k}\right)$$

Lorsqu'un effort de pêche e est réalisé alors le prélèvement est égal à

$$h\left(e\right) \equiv f\left(e\right)x \equiv dex$$

$$\overset{\bullet}{x} = rx\left(1 - \frac{x}{k}\right) - dex = x\left(r\left(1 - \frac{x}{k}\right) - de\right) = r(1 - \frac{de}{r})x\left(1 - \frac{x}{k\left(1 - \frac{de}{r}\right)}\right)$$

L'équilibre stationnaire s'établit à

$$x^{\infty} = k\left(1 - \frac{de}{r}\right)$$

$$h^{\infty} = kde\left(1 - \frac{de}{r}\right)$$

- Sachant que le coût de l'effort est égal à c on cherchera la fonction d'offre $h = S\left(p\right)$ qui est telle que l'effort annule le profit lorsque le prix est égal à p.
- On examinera différentes configurations d'équilibre selon la position de courbe de demande
- On examinera l'impact d'une taxe

2 Ressources non renouvelables

Maintenant le stock suit l'évolution :

$$\overset{\bullet}{x} = -\sum_{i}^{n} h_i\left(t\right)$$

Où $h_i\left(t\right)$ est le prélèvement de mr i à la date t . Chaque individu retire une utilité intertemprorelle :

$$\int_0^{+\infty} U(h_i(t)) \exp(-rt) dt$$

On cherche l'équilibre "closed loop" :

L'équation de Bellmann :

$$rV\left(x\right) = \max_h \left\{U(h) + V'\left(x\right)\left(-h - (n-1)\widetilde{h}\left(x\right)\right)\right\}$$

$\widetilde{h}\left(x\right)$ est la stratégie "des autres". On sera à l'équilibre symmétrique si le h qui maximise ci-dessus est justement égal à $\widetilde{h}\left(x\right)$.

La condition du premier ordre :

$$U'\left(h\right) = V'\left(x\right)$$

Et donc on a le système :

$$rV\left(x\right) = U\left(\widetilde{h}\left(x\right)\right) - nV'\left(x\right)\widetilde{h}\left(x\right)$$

$$U'\left(\widetilde{h}\left(x\right)\right) = V'\left(x\right)$$

En dérivant la première:

$$rV'\left(x\right) = U'\left(\widetilde{h}\left(x\right)\right)\widetilde{h}'\left(x\right) - nV''\left(x\right)\widetilde{h}\left(x\right) - nV'\left(x\right)\widetilde{h}'\left(x\right)$$

On obtient

$$rU'\left(\widetilde{h}\left(x\right)\right) = U'\left(\widetilde{h}\left(x\right)\right)\widetilde{h}'\left(x\right) - nU''\left(\widetilde{h}\right)\widetilde{h}'\left(x\right)\widetilde{h}\left(x\right) - nU'\left(\widetilde{h}\right)\widetilde{h}'\left(x\right)$$

On étudiera successivement les cas :

- η étant une constante
$$\frac{-U''\left(h\right)h}{U'\left(h\right)} = \eta$$
- U est logarithmique :
$$U\left(h\right) = \ln h$$

- U est CARA :$U(h) = -\exp(-\rho h)$

Peut-on calculer un équilibre open loop? (les joueurs s'engagent sur le long terme) et comparer?

3 Fluctuations

Les agents vivent deux périodes. En première période ils disposent d'une ressource (par exemple alimentaire mais périssable) en quantité $\ell_j = 1$. En seconde période ils n'ont rien a priori pour manger $\ell_v = 0$. Ils peuvent cependant épargner sous forme monétaire en vendant une partie de leur ressource quand ils sont jeunes. On note c_j, c_v le plan de consommation prévu par un jeune :

p_t étant le prix courant et p_{t+1}^e le prix anticipé, les demandes sont :

$$c_j^*(p_t, p_{t+1}^e), c_v^*(p_t, p_{t+1}^e), m^*(p_t, p_{t+1}^e) = \arg\max \left\{u_1(c_j) + u_2(c_v), p_t c_j + m = p_t \ell_j, p_{t+1}^e c_v = m\right\}$$

Que l'on peut écrire :

$$c_j^*(p_t, p_{t+1}^e), c_v^*(p_t, p_{t+1}^e) = \arg\max \left\{u_1(c_j) + u_2(c_v), p_t c_j + p_{t+1}^e c_v = p_t \ell_j\right\}$$

et

$$m^* = p_{t+1}^e c_v^*$$

Les solutions sont ainsi défines par les trois équations:

$$\frac{u_1'(c_j)}{p_t} = \frac{u_2'(c_v)}{p_{t+1}^e}$$

$$p_t c_j + p_{t+1}^e c_v = p_t \ell_j$$

$$m = p_{t+1}^e c_v$$

Avec la condition supplémentaire que $c_j \leq \ell_j$ (ce qui impose que $c_j = \ell_j$ dès lors que la solution du système ci-dessus est telle que $c_j \geq \ell_j$).

On a une suite d'équilibre avec prévision parfaite si :

$$c_j(p_t, p_{t+1}) + c_v(p_{t-1}, p_t) = \ell_j$$

On demande de faire des simulations de suites d'équilibres avec prévision parfaite pour des fonctions d'utilité particulières.

On prendra :

$u_1(x) = x$ et $u_2(x) = -\exp(-rx)$ en faisant varier r.

On cherchera d'autres exemples de fonctions u_2 qui engendrent le même phénomène. Que se passe-il par exemple pour $u_1(x) = u_2(x) = x - \frac{1}{2}x^2$ pour $x \leq 1$ et $u_1(x) = u_2(x) = \frac{1}{2}$ pour $x \geq 1$

4 Dilemme du prisonnier répété

Voir doc