

# DMC : Choix de projet

April 27, 2018

## 1 Exploitation de ressources

### 1.1 Application du cours

On prend le modèle du cours. La population de poissons suit naturellement l'évolution :

$$\dot{x} = rx \left(1 - \frac{x}{k}\right)$$

Lorsqu'un effort de pêche  $e$  est réalisé alors le prélèvement est égal à

$$h(e) \equiv f(e)x \equiv dex$$

$$\dot{x} = rx \left(1 - \frac{x}{k}\right) - dex = x \left(r \left(1 - \frac{x}{k}\right) - de\right) = r \left(1 - \frac{de}{r}\right) x \left(1 - \frac{x}{k \left(1 - \frac{de}{r}\right)}\right)$$

L'équilibre stationnaire s'établit à

$$x^\infty = k \left(1 - \frac{de}{r}\right)$$

$$h^\infty = k de \left(1 - \frac{de}{r}\right)$$

- Sachant que le coût de l'effort est égal à  $c$  on cherchera la fonction d'offre  $h = S(p)$  qui est telle que l'effort annule le profit lorsque le prix est égal à  $p$ .
- On Supposera une courbe de demande affine et on examinera différentes situations
- On examinera l'impact d'une taxe
- On étudiera l'impact d'un quota

## 1.2 Ressources non renouvelables

Maintenant le stock suit l'évolution :

$$\dot{x} = - \sum_i^n h_i(t)$$

Où  $h_i(t)$  est le prélèvement de mr  $i$  à la date  $t$ . Chaque individu retire une utilité intertemporelle :

$$\int_0^{+\infty} U(h_i(t)) \exp(-rt) dt$$

On cherche l'équilibre "closed loop" :

L'équation de Bellmann :

$$rV(x) = \max_h \left\{ U(h) + V'(x) \left( -h - (n-1) \tilde{h}(x) \right) \right\}$$

$\tilde{h}(x)$  est la stratégie "des autres". On sera à l'équilibre symétrique si le  $h$  qui maximise ci-dessus est justement égal à  $\tilde{h}(x)$ .

La condition du premier ordre :

$$U'(h) = V'(x)$$

Et donc on a le système :

$$rV(x) = U(\tilde{h}(x)) - nV'(x)\tilde{h}(x)$$

$$U'(\tilde{h}(x)) = V'(x)$$

En dérivant la première:

$$rV'(x) = U'(\tilde{h}(x))\tilde{h}'(x) - nV''(x)\tilde{h}(x) - nV'(x)\tilde{h}'(x)$$

On obtient

$$rU'(\tilde{h}(x)) = U'(\tilde{h}(x))\tilde{h}'(x) - nU''(\tilde{h})\tilde{h}'(x)\tilde{h}(x) - nU'(\tilde{h})\tilde{h}'(x)$$

On étudiera successivement les cas :

- $\eta$  étant une constante

$$\frac{-U''(h)h}{U'(h)} = \eta$$

- $U$  est logarithmique :

$$U(h) = \ln h$$

- $U$  est CARA :  $U(h) = -\exp(-\rho h)$

Peut-on calculer un équilibre open loop? (les joueurs s'engagent sur le long terme) et comparer?

## 2 Fluctuations

Les agents vivent deux périodes. En première période ils disposent d'une ressource (par exemple alimentaire mais périssable) en quantité  $\ell_j = 1$ . En seconde période ils n'ont rien a priori pour manger  $\ell_v = 0$ . Ils peuvent cependant épargner sous forme monétaire en vendant une partie de leur ressource quand ils sont jeunes. On note  $c_j, c_v$  le plan de consommation prévu par un jeune :

$p_t$  étant le prix courant et  $p_{t+1}^e$  le prix anticipé, les demandes sont :

$$c_j^*(p_t, p_{t+1}^e), c_v^*(p_t, p_{t+1}^e), m^*(p_t, p_{t+1}^e) = \arg \max \{u_1(c_j) + u_2(c_v), p_t c_j + m = p_t \ell_j, p_{t+1}^e c_v = m\}$$

Que l'on peut écrire :

$$c_j^*(p_t, p_{t+1}^e), c_v^*(p_t, p_{t+1}^e) = \arg \max \{u_1(c_j) + u_2(c_v), p_t c_j + p_{t+1}^e c_v = p_t \ell_j\}$$

et

$$m^* = p_{t+1}^e c_v^*$$

Les solutions sont ainsi définies par les trois équations:

$$\frac{u_1'(c_j)}{p_t} = \frac{u_2'(c_v)}{p_{t+1}^e}$$

$$p_t c_j + p_{t+1}^e c_v = p_t \ell_j$$

$$m = p_{t+1}^e c_v$$

Avec la condition supplémentaire que  $c_j \leq \ell_j$  (ce qui impose que  $c_j = \ell_j$  dès lors que la solution du système ci-dessus est telle que  $c_j \geq \ell_j$ ).

On a une suite d'équilibre avec prévision parfaite si :

$$c_j(p_t, p_{t+1}) + c_v(p_{t-1}, p_t) = \ell_j$$

On demande de faire des simulations de suites d'équilibres avec prévision parfaite pour des fonctions d'utilité particulières.

On prendra :

$$u_1(x) = x \text{ et } u_2(x) = -\exp(-rx) \text{ en faisant varier } r.$$

On cherchera d'autres exemples de fonctions  $u_2$  qui engendrent le même phénomène. Que se passe-t-il par exemple pour  $u_1(x) = u_2(x) = x - \frac{1}{2}x^2$  pour  $x \leq 1$  et  $u_1(x) = u_2(x) = \frac{1}{2}$  pour  $x \geq 1$