

## Applications du modèle de base

Dans ce chapitre nous allons utiliser le modèle de base du chapitre précédent pour illustrer certaines questions économiques simples. Ainsi, le modèle précédent nous permettra de mieux cerner les questions suivantes :

- de combien augmente le prix lorsque l'offre se raréfie ?
- quel est l'effet d'une taxe à la consommation ?.
- quel est l'effet d'une ouverture (ou d'une fermeture) des frontières (au commerce !)
- quel est l'effet d'un prix plancher ou plafond (salaire minimum, prix garanti...)

### *Efficacité de l'équilibre*

#### *équilibre*

s'il y a  $N$  offreurs ayant comme fonction de coût  $c_j$ , et  $M$  demandeurs ayant comme fonction de satisfaction (ou consentement à payer)  $v_i$  sur un marché, les conditions d'équilibre sont simples à énoncer.

**Proposition 1.** Les demandes  $q_i^*$ , les offres  $Q_j^*$  sont en équilibre au prix  $p^*$  si on a :

$$p^* = v_i'(q_i^*) \quad \left( \Leftrightarrow q_i^* = v_i'^{-1}(p^*) \right)$$

$$p^* = c_j'(Q_j^*) \quad \left( \Leftrightarrow q_i^* = c_j'^{-1}(p^*) \right)$$

$$\sum_{i=1}^M q_i^* = \sum_{j=1}^N Q_j^* \quad \left( \Leftrightarrow \sum_i v_i'^{-1}(p^*) = \sum_j c_j'^{-1}(p^*) \right)$$

La première équation stipule que le point  $(q_i^*, p^*)$  est sur la courbe de demande de chacun des acheteurs. La seconde traduit le fait que le point  $(Q_j^*, p^*)$  est sur la courbe de chacun des offreurs, la troisième est l'équation d'équilibre qui énonce que la demande totale est égale à l'offre totale :

$$D(p^*) = S(p^*)$$

c'est-à-dire, de manière équivalente :

$$\sum_i v_i'^{-1}(p^*) = \sum_j c_j'^{-1}(p^*)$$

A l'équilibre, acheteurs et vendeurs enregistrent un certain niveau de satisfaction ou de profit, niveau que nous avons appelé "surplus". Une question simple est la suivante : est-on sûr de ne pas pouvoir mieux allouer les ressources ? N'existe-t-il pas une autre façon de produire et d'échanger qui permette d'améliorer le sort de chacun ?

*efficacité*

**Definition 1.** *Un état réalisable est la donnée*

- (i) *d'un niveau de consommation  $q_i$  de chacun des acheteurs*
- (ii) *d'un niveau  $Q_j$  offert par chacun des vendeurs*
- (iii) *d'une contribution (dépende)  $e_i$  de chacun des acheteurs*
- (iv) *d'une compensation (recette)  $r_j$  de chacun des vendeurs*

*avec  $\sum q_i = \sum Q_j$  et  $\sum e_i = \sum r_j$*

L'équilibre, tel qu'on l'a défini plus haut est évidemment un état réalisable. Il est obtenu par un mécanisme particulier que l'on a appelé le marché. La question que l'on pose ici est alors la suivante : existe-t-il d'autres états réalisables qui donnent un surplus supérieur à TOUS les acteurs ?

Etant donné un état réalisable quelconque on peut évaluer les surplus atteints par les différents protagonistes.

Le demandeur  $i$  obtient  $w_i = v_i(q_i) - e_i$  et l'offreur  $j$  obtient  $\pi_j = r_j - c_j(Q_j)$ .

**Definition 2.** *Un état efficace est un état tel qu'il n'existe pas d'autre état réalisable dans lequel chacun des acteurs obtient plus.*

Ainsi un état efficace est une situation qui est telle qu'on ne peut pas améliorer le sort d'un individu sans détériorer celui d'un autre. C'est une condition minimale d'efficacité. En effet une allocation dans laquelle un réexamen des choses pourrait permettre d'améliorer le sort de chacun devrait être immédiatement abandonnée du fait de son absurdité. On note  $x$  le vecteur des niveaux de bénéfice atteints :  $x = (w_1, w_2, \dots, w_D, \pi_1, \pi_2, \dots, \pi_S)$

**Definition 3.** *On appelle surplus total associé à un état réalisable la grandeur :  $U \equiv \sum v_i(q_i) - \sum c_j(Q_j) = \sum w_i + \sum \pi_j = {}^t 1 \cdot x$*

On a alors une propriété évidente :

**Proposition 4.** *si un état réalisable donne les surplus  $x_0$  et donc un niveau de surplus total  $U_0 = {}^t 1 \cdot x_0$  alors quel que soit un vecteur de surplus  $x$  tel que  ${}^t 1 \cdot x = {}^t 1 \cdot x_0$ , on peut trouver un état réalisable qui donne exactement  $x$  comme surplus individuels. Il suffit pour cela d'ajuster les transferts  $e_i$  et  $r_j$ . en conséquence.*

Cette proposition est en fait très simple : si un état réalisable permet d'obtenir un niveau de surplus total donné alors n'importe quelle répartition (distribution) de ce surplus peut être obtenue grâce aux transferts. L'ensemble des états réalisables est donc nécessairement un "demi-hyperplan" perpendiculaire à 1, et il est alors clair que les états efficaces sont ceux qui sont sur sa frontière c'est à dire qui sont tels que le surplus total y est maximal.

**Proposition 5.** *Les états efficaces sont donc solutions du problème suivant :*

$$\max_{q, Q} \left\{ \sum v_i(q_i) - \sum c_j(Q_j) \right\}, \sum q_i = \sum Q_j$$

En remplaçant par exemple  $q_1$  par  $\sum Q_j - \sum_{i=2}^D q_i$  on obtient :  $\max \left\{ v_1(\sum Q_j - \sum_{i \neq 1} q_i) + \sum_{i \neq 1} v_i(q_i) - \sum c_j(Q_j) \right\}$

En dérivant successivement par rapport à toutes les variables, on obtient :

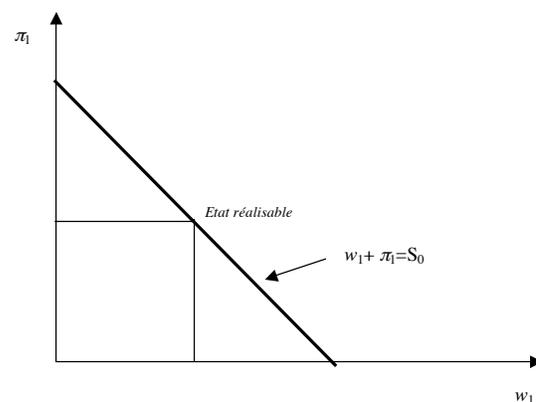
$$v'_i(q_i) = v'_1(q_1) = c'_j(Q_j)$$

Or les équations qui caractérisent l'équilibre (voir plus haut) impliquent justement  $v'_i(q_i) = c'_j(Q_j) = p^*$  et  $\sum q_i = \sum Q_j$ .

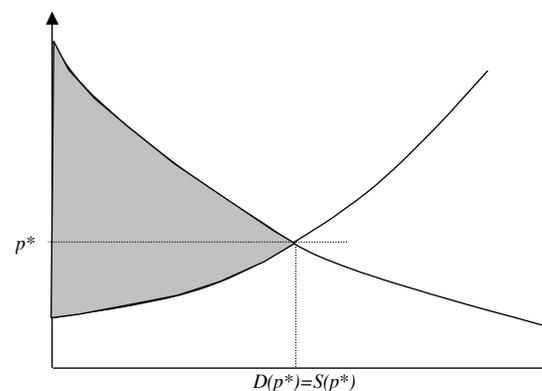
On a donc ici le résultat fondamental :

**Proposition 6.** *L'équilibre donne un état efficace. Le surplus total est maximisé à l'équilibre.*

*La valeur du surplus maximal est l'aire représentée sur la figure ci-contre*



Etat réalisable et surplus total



Surplus maximal

## Déplacement d'équilibre

L'équilibre défini dans la section précédente peut évidemment "être perturbé" lorsque certains déterminants de l'offre ou de la demande sont modifiés. Par exemple, lorsque l'hiver est froid, la demande d'énergie augmente. Cela veut simplement dire que la courbe de demande se déplace vers la droite. L'équilibre change puisque, pour équilibrer les nouvelles conditions d'offre et de demande il faut augmenter le prix. Ainsi, quand la demande augmente le prix augmente. De la même manière quand l'offre augmente (arrivée d'un nouveau producteur, ou ouverture des frontières), le prix baisse.

Il est clair que l'étendue de la variation de prix dépend des élasticités de l'offre et de la demande.

Supposons pour illustrer que la demande augmente d'une quantité fixe  $\delta$ . Pour un prix  $p$  la nouvelle demande est  $D(p) + \delta$ . Le prix d'équilibre dépend alors de  $\delta$ . On le note  $p^*(\delta)$  et  $p^*(0) = p_0^*$ . On a ainsi pour tout  $\delta$  :

$$D(p^*(\delta)) + \delta = S(p^*(\delta))$$

En différentiant :

$$D'(p^*)dp^* + d\delta = S'(p^*)dp^*$$

Soit :

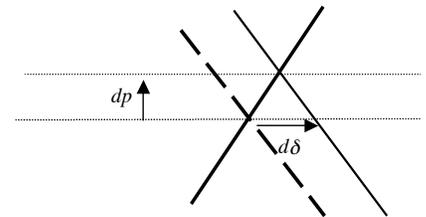
$$dp^* = \frac{d\delta}{S'(p^*) - D'(p^*)}$$

Comme on part d'une situation d'équilibre on a  $S(p_0^*) = D(p_0^*)$  et donc :

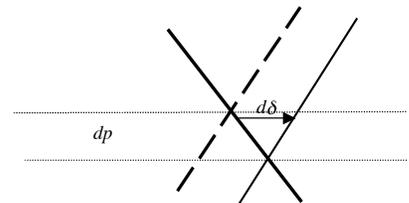
$$dp^* = \frac{\frac{pd\delta}{D(p_0^*)}}{\frac{p_0^*S'(p_0^*)}{S(p_0^*)} - \frac{p_0^*D'(p_0^*)}{D(p_0^*)}} = \frac{1}{\varepsilon_S + \varepsilon_D} \frac{p}{D} d\delta$$

Le prix d'équilibre varie ainsi beaucoup lorsque les élasticités sont faibles, c'est à dire lorsqu'offre et demande sont plutôt insensibles au prix (cette situation est par exemple celle que l'on rencontre sur le court terme lorsque les demandes et offres sont très contraintes et dépendent peu du prix).

Lorsqu'en 1973 les pays producteurs de pétrole ont organisé la rareté en réduisant l'offre, le prix du pétrole s'est envolé. Dans le long terme, les consommateurs et producteurs se sont organisés et la demande et l'offre de pétrole sont devenus plus élastiques au prix de sorte que l'impact de l'OPEP sur les prix est maintenant plus faible.



Le prix monte quand la demande augmente



Le prix baisse quand l'offre augmente

## Taxation

Lorsque pour une raison ou une autre on introduit une taxe de type TVA sur les biens, on modifie les conditions d'équilibre. Supposons par exemple que l'on introduise une taxe  $\tau$  additive : le prix à la consommation vaut  $p + \tau$ ,  $p$  étant le prix à la production. En notant  $p^*(\tau)$  le prix d'équilibre (avec  $p^*(0) = p_0^*$ ),

la condition d'équilibre s'écrit :

$$D(p^*(\tau) + \tau) = S(p^*(\tau))$$

En différenciant :

$$D'(p^* + \tau)(dp^* + d\tau) = S'(p^*) dp^*$$

C'est à dire pour  $\tau = 0$

$$dp^* = \frac{D'(p_0^*)d\tau}{S'(p_0^*) - D'(p_0^*)} = -\frac{d\tau}{1 + \varepsilon_S/\varepsilon_D}$$

$$dp + d\tau = \frac{\varepsilon_S/\varepsilon_D}{1 + \varepsilon_S/\varepsilon_D} d\tau$$

Ainsi, lorsqu'on introduit une taxe à la consommation, le prix HT baisse. Mais la baisse est bien sûr inférieure au montant de la taxe, de sorte que le prix à la consommation augmente. Le prix HT baisse d'autant plus que l'élasticité de l'offre est petite et/ou l'élasticité de la demande est grande.

Ainsi, lorsque l'élasticité de la demande est très faible, le prix HT est poussé à une forte baisse, de sorte que le prix TTC varie peu : c'est le producteur qui subit le plus l'effet de la taxe. En revanche si l'élasticité de l'offre est très élevée, le prix HT ne varie pas : c'est le consommateur qui subit la taxe.

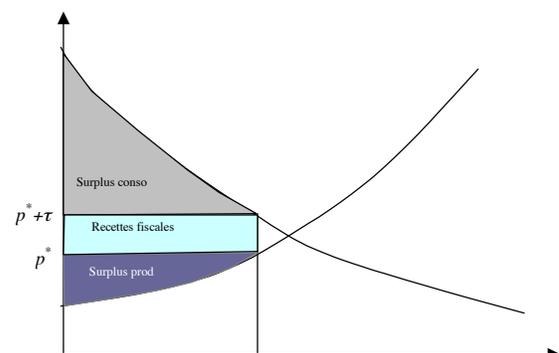
La figure suivante représente les surplus atteints par les trois types d'agent : les consommateurs, les producteurs, et l'Etat dont le surplus est égal au recettes fiscales.

Surplus des consommateurs :

$$W(p^* + \tau) = \sum v_i(q_i^*) - (p^* + \tau)q_i^* = \sum \int_0^{q_i^*} v_i'(s)ds - (p^* + \tau)q_i^* = \int_{p^* + \tau}^{+\infty} D(p)dp \quad \text{Surplus avec taxation}$$

Surplus des producteurs :

$$\Pi(p^*) = \sum p^* q_j - c_j(q_j) = \int_0^{p^*} S(p)dp$$



Recettes fiscales :

$$T = \tau D(p^* + \tau) = \tau S(p^*)$$

Par rapport à une situation sans taxes, le surplus total a baissé (petit triangle blanc). Les deux côtés du marché ont perdu. La perte de surplus de consommation et de production est supérieure aux recettes fiscales : la fiscalité introduit une perte d'efficacité. Cette perte est appelée coût d'opportunité des fonds publics : pour récolter 1 euro en plus dans les caisses de l'état coûte plus d'un euro à la société. Les pertes de surplus de consommation et de production dépendent des élasticités. Par exemple, si l'offre est extrêmement élastique (courbe d'offre quasiment horizontale, la charge de la taxe est presque intégralement reportée sur la consommation. Inversement, lorsque l'offre est très inélastique, le prix TTC bouge très peu : la charge de la taxe est quasiment intégralement supportée par l'offre.

On voit par ailleurs que lorsque le niveau de taxe augmente, la recette fiscale commence par augmenter puis baisse. Il existe ainsi "une pression fiscale maximale" au delà de laquelle il est contreproductif d'augmenter l'impôt.

### *Ouverture (ou fermeture) des frontières aux importations*

Imaginons que pour une raison ou une autre un pays, initialement isolé, ouvre ses frontières aux importations. Dans le cadre de notre petit modèle, l'offre totale de bien augmente. La fonction d'offre devient

$$\tilde{S}(p) \equiv S(p) + S^e(p)$$

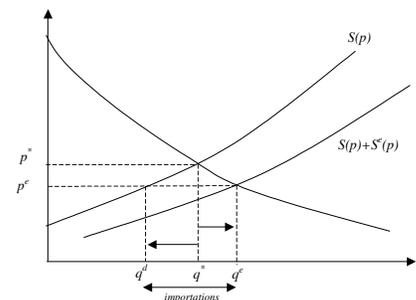
où  $S^e(p)$  est la fonction d'offre extérieure.

Initialement l'équilibre est tel que  $D(p^*) = S(p^*)$ . Après ouverture des frontières on a  $D(p^e) = S(p^e) + S^e(p^e)$

Le prix d'équilibre baisse en passant de  $p^*$  à  $p^e$ , la consommation domestique augmente mais la production domestique baisse.

Les importations font plus que compenser l'augmentation de la consommation. Dans cette situation les producteurs locaux patissent de l'ouverture des frontières : leur surplus passe de  $\Pi(p^*)$  à  $\Pi(p^e)$ .

Plus généralement, soient  $S$  et  $D$  les fonction d'offre et de demande domestiques et  $\tilde{S}$  et  $\tilde{D}$  les fonction d'offre et de demande "du reste du monde". Dans l'état initial le pays est isolé et l'équilibre



Ouverture des frontières aux importations

s'établit respectivement au prix domestique  $p^*$  tel que  $S(p^*) = D(p^*)$  dans le pays et au prix  $\tilde{p}$  tel que  $\tilde{S}(\tilde{p}) = \tilde{D}(\tilde{p})$ , dans le reste du monde. Avec des notations évidentes on a

$$\begin{aligned} v'_i(q_i^*) &= c'_j(Q_j^*) = p^* \\ \tilde{v}'_k(\tilde{q}_k) &= \tilde{c}'_l(\tilde{Q}_l) = \tilde{p} \end{aligned}$$

Il est clair que l'état obtenu, dès lors que  $\tilde{p} \neq p^*$ , (qui est évidemment réalisable) n'est pas efficace, c'est-à-dire ne maximise pas le surplus total, puisqu'une condition nécessaire pour cela aurait été :  $v'_i(q_i^*) = c'_j(Q_j^*) = \tilde{v}'_k(\tilde{q}_k) = \tilde{c}'_l(\tilde{Q}_l)$ .

Supposons par exemple que  $\tilde{p} < p^*$ . Les conditions d'offre et de demande sont telles que le prix est plus bas à l'étranger. Que se passe-t-il si l'on ouvre les frontières. Intuitivement, les consommateurs du pays peuvent acheter à l'étranger et les producteurs étrangers peuvent vendre dans le pays. Ainsi la demande qui s'adresse au pays étranger augmente. Il en résulte que le prix étranger va augmenter. De la même façon, l'offre accessible dans le pays augmente, ce qui pousse à la baisse le prix domestique. Ainsi le prix unique qui va s'établir sur le marché unique s'établit à un niveau intermédiaire entre  $\tilde{p}$  et  $p^*$ .

On peut le démontrer rigoureusement. En effet la condition d'équilibre s'écrit :  $S(p) + \tilde{S}(p) = D(p) + \tilde{D}(p)$ . Soit avec des notations évidentes :

$$\begin{aligned} v'_i(q_i) &= c'_j(Q_j) = p = \tilde{v}'_k(q_k) = \tilde{c}'_l(Q_l) \\ \sum q_i + \sum q_k &= \sum Q_j + \sum Q_l \end{aligned}$$

peut-on avoir  $p < \tilde{p}$ ? si tel était le cas, comme les  $v'$  sont décroissantes et les  $c'$  sont croissantes, on aurait :

$$\begin{aligned} q_i &> q_i^* \text{ et } Q_j < Q_j^* \\ q_k &> \tilde{q}_k \text{ et } Q_l < \tilde{Q}_l \end{aligned}$$

Autrement dit, si le prix mondial était inférieur aux prix dans chacun des pays, la demande totale augmenterait, et l'offre totale diminuerait.

Il en résulterait nécessairement un déséquilibre :

$$\sum q_i + \sum q_k > \sum q_i^* + \sum \tilde{q}_k = \sum Q_j^* + \sum \tilde{Q}_l > \sum Q_j + \sum Q_l$$

Le prix mondial qui s'établit est donc intermédiaire entre les deux.

On peut alors énoncer la proposition suivante.

**Proposition 7.** *Lors de l'ouverture des frontières le surplus total augmente. Cependant, cette augmentation s'accompagne d'un effet redistributif clair. Si avant ouverture le prix mondial est inférieur au prix domestique, alors les consommateurs domestiques et les producteurs étrangers profitent de l'ouverture alors que les producteurs locaux et les consommateurs étrangers en pâtissent. La perte de ceux qui perdent est inférieure aux gains de ceux qui gagnent.*

Cette propriété constitue à la fois l'argument central en faveur de l'ouverture des frontières. Elle permet aussi de comprendre les réticences à l'ouverture lorsque celle-ci ne n'intègre pas de mesures d'accompagnement permettant d'en atténuer les aspects redistributifs. Elle montre aussi qu'il peut y avoir des pressions internes à un pays pour refermer des frontières ouvertes.

### Prix plancher et prix plafond

Supposons que pour une raison où une autre, l'état introduise un prix maximum.

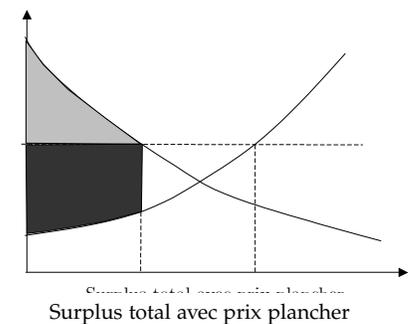
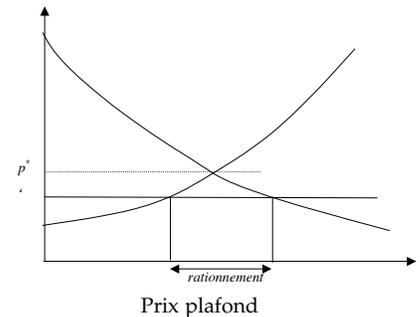
Clairement si le prix d'équilibre est inférieur à cette limite, cette politique n'a aucun impact. En revanche, si le prix d'équilibre dépasse le prix limite, le prix qui s'établit est égal au prix limite. A ce prix la demande est supérieure à l'offre de sorte qu'il est nécessaire d'opérer un rationnement : toute la demande ne peut pas être servie.

De la même manière si l'état introduit un prix minimum, alors la demande est inférieure à l'offre : l'offre est rationnée.

Lorsqu'une réglementation impose un prix plancher ou un prix plafond, l'économie n'est pas en équilibre. Il y a nécessairement rationnement (de l'offre ou de la demande). Il est assez clair que le surplus total n'est alors pas maximal.

Par exemple, lorsqu'il existe un prix plancher, le surplus total est celui représenté sur la figure suivante. L'offre est rationnée. Lorsqu'on augmente le prix plancher, le surplus des consommateurs baisse, alors que le profit des offreurs est soumis à deux effets contradictoires : une augmentation due à l'augmentation de prix et une baisse due à une diminution de la demande. On a ainsi :

$$\begin{aligned}\Pi(\bar{p}) &= \bar{p}D(\bar{p}) - c(D(\bar{p})) \\ \Pi'(\bar{p}) &= D(\bar{p}) + [\bar{p} - c'(D(\bar{p}))] D'(\bar{p})\end{aligned}$$



Pour  $\bar{p} = p^*$ , le second terme de la dérivée est nul et on a  $\Pi'(p^*) = D(p^*) > 0$ . Ensuite le second terme négatif intervient et le bilan peut devenir négatif au delà d'un certain prix. Le profit commence par augmenter pour ensuite diminuer.

Une analyse similaire peut être faite avec un prix plafond (laissée au lecteur).