Défaillances du marché

Introduction

La théorie de l'équilibre général, cathédrale conceptuelle de toute première importance, a le mérite de formaliser de manière rigoureuse la fameuse loi de l'offre et de la demande. En explicitant de manière claire l'ensemble des hypothèses qui grantissent l'efficacité du marché, elle a permis, indirectement, le développement de nouvelles théories qui explorent justement les situations qu'elle ne traite pas. On a l'habitude de regrouper sous le terme "défaillances du marché, *market failures*, ces situations qui échappent aux conditions de validité de la théorie de l'équilibre général, et donc dans lesquelles le marché fonctionne mal.Ces défaillances peuvent être dues à de multiples causes. L'objet des séances qui viennent est de passer en revue différents modèles dont l'objectif est de rendre compte de ces défaillances.

Deux hypothèses (implicites) fondamentales sont nécessaires pour assurer, au moins théoriquement l'efficacité du marché.

La première stipule que les biens économiques (biens de consommation, services...) sont des biens de consommation privés : la même unité physique d'un bien ne peut être consommée simultanément par deux individus ; si l'un la consomme, il en prive irrémédiablement l'autre. C'est cette rivalité, associée à la rareté, qui est au cœur du fonctionnement du marché. Déterminer qui de deux agents consommera l'unité en question peut se résoudre de façon efficace par le marché : celui qui est prêt à le payer plus cher doit le recevoir et cette allocation est bien efficace puisqu'à ce prix l'autre préfère conserver son argent. Il existe pourtant des biens qui ne satisfont pas cette caractéristique de rivalité : la même unité peut être consommée simultanément (ou presque) par deux individus différents. Ce sont les biens collectifs, c'est-à-dire les biens qui profitent simultanément à tous les individus d'une collectivité. Le phare que l'on construit à l'entrée d'un port pour en baliser le chenal profite à tous les navigateurs qui à un instant donné auraient besoin de se repérer pour accoster.

Le marché ne règle pas facilement le problème associé à la production et au financement des biens collectifs.

Cette hypothèse d'absence de bien public est liée à celle de l'absence d'effets externes. On dit qu'il y a effet externe lorsque l'action de consommation ou de production d'un individu a une incidence sur le bien-être d'un autre sans que cette interaction ne fasse l'objet d'une transaction économique. La pollution est un effet externe négatif évident : en produisant, une usine peut déverser dans la nature des produits polluants qui affectent l'état de santé et donc le bien-être des populations environnantes. Là aussi, le marché règle difficilement le problème, d'autant qu'en général une externalité peut se doubler d'un phénomène de bien ou de mal collectif.

La deuxième hypothèse concerne non plus les biens mais le fonctionnement du marché : en concurrence parfaite chaque individu réagit de façon non stratégique devant le système de prix. Selon cette hypothèse, les agents n'anticipent pas ce que leur décision peut avoir une incidence sur la variation des prix : aux prix en vigueur ils se portent offreurs ou demandeurs sur les marchés, au mieux de leur intérêt immédiat, et le système de prix s'ajuste jusqu'à ce que les offres et demandes soient compatibles. Cette hypothèse est souvent acceptable lorsque chaque individu est petit devant le marché, au sens ou il sait que son action n'a que peu d'influence sur les prix. En revanche, dès que le nombre d'individus sur un marché donné se réduit, les comportements stratégiques (grossièrement parlant les comportements susceptibles de manipuler les prix) peuvent apparaître ; et on parle alors de concurrence imparfaite.

Dans ces conditions apparaissent des rentes stratégiques qui limitent l'efficacité du marché.

En règle générale, ces défaillances de marché justifient l'intervention publique sous différentes formes :

- Production : l'Etat peut produire lui même certains biens ou services

- Réglementation administrative (par exemple normes de pollution)

- Taxation incitative

Concurrence Imparfaite

Monopole

On considère ici une entreprise commercialisant un seul produit, en situation de monopole.

— La fonction de demande des consommateurs pour le produit est notée $D(p)$; la fonction de demande inverse est notée $P(q)$. C'est le prix qui s'établit lorsque la quantité disponible est q. Rappelons qu'il est d'usage de mettre les prix en ordonnée et les quantités en abscisse :

— On note par ailleurs $C(q)$, la fonction de coût pour l'entreprise.

Le monopole est dit *price-maker*. Son problème est de trouver le prix p qui maximise son profit. Son programme s'écrit :

$$\max_p \{pD(p) - C(D(p)\} \Leftrightarrow \max_q \{P(q)q - C(q)\}$$

La condition du premier ordre associée est :

$$D(p) + pD'(p) = C'(D(p)) \times D'(p)$$

Ce qui se réécrit :

$$p - C'(D(p)) = -\frac{D(p)}{D'(p)}$$

Ou encore :

Proposition 1. *Devant une demande $p \to D(p)$ le monopole pratique le prix p^M solution de :*

$$\underbrace{\frac{p - C'(D(p))}{p}}_{\text{indice de Lerner}} = -\frac{D(p)}{pD'(p)} = \frac{1}{\varepsilon}$$

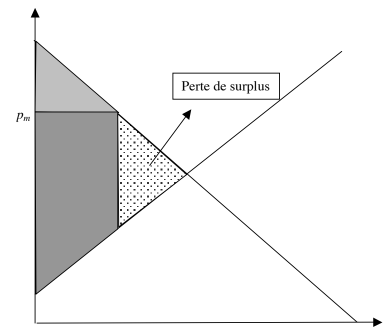
L'indice de Lerner représente la marge qui est réalisée sur la dernière unité produite et ε, l'indice d'élasticité-prix, correspond à la variation de demande subséquente à une augmentation de prix de 1%.

Si $\varepsilon \neq +\infty$, le prix p est supérieur au coût marginal et le monopole s'éloigne du prix concurrentiel [1].

Cela correspond à des rigidités de demande qui se constatent notamment sur les biens de première nécessité (par exemple la demande d'essence est assez inélastique). Si $\frac{1}{\varepsilon} = 0$, alors la demande

1. A l'équilibre concurrentiel, le prix est égal au coût marginal de production.

est très réactive et le prix de monopole ne s'éloigne pas du coût marginal. Le surplus total est plus faible que dans un régime de concurrence parfaite. La perte d'efficacité est représentée sur le schéma ci contre.



Perte de surplus

Prenons $D(p) \equiv 1-p$ et $C(q) \equiv cq$ avec $c<1$. Le monopole maximise $p(1-p)-c(1-p)=(p-c)(1-p)$. On trouve

$$p^M = \frac{c+1}{2} = c + \frac{1-c}{2}$$

Le profit est égal à $\frac{(1-c)^2}{4}$

Raffinements sur le monopole

Généralisation multiproduits

Cette fois-ci, $p, q \in \mathbb{R}^n$ et on indice par i les demandes des différents biens et les coûts. Le programme de l'entreprise s'écrit :

$$\max_p \{\sum_i p_i D_i(p) - C_i(D_i(p))\}$$

On suppose qu'il n'y a pas d'effet de gamme, c'est-à-dire que la fonction de coût d'un bien dépend uniquement de la quantité de ce bien. En écrivant la condition du premier ordre et en faisant apparaître l'indice de Lerner, il vient :

$$\frac{p_i - C_i'}{p_i} = \frac{1}{\varepsilon_i} - \sum_{j \neq i} \frac{(p_j - C_j')}{p_i D_i} \frac{D_j \varepsilon_{ij}}{\varepsilon_i}$$

ε_{ij} est l'élasticité croisée. Si $\varepsilon_{ij} > 0$, alors les biens sont dits substituts ($p_j \nearrow \Rightarrow D_i \nearrow$). Si $\varepsilon_{ij} < 0$ les biens sont dits compléments. On voit que le monopole doit avoir une structure de coordination des prix. En effet, si ses secteurs étaient autonomes, cela reviendrait à négliger le terme en j. Dans ce cas, si les biens sont substituts, un secteur autonome aura tendance à *pricer* trop haut et à l'inverse, si les biens sont compléments, le *pricing* sera trop bas.

Les trois degrés de discrimination

La discrimination consiste à adapter son prix au client. L'idée est d'être efficace comme la concurrence, mais de récupérer en outre tout ou partie du surplus. Il existe trois degrés de discrimination.

— Premier degré : le prix est égal au consentement à payer de chaque client. Cela suppose une information démesurée. Ce cas n'est qu'anecdotique

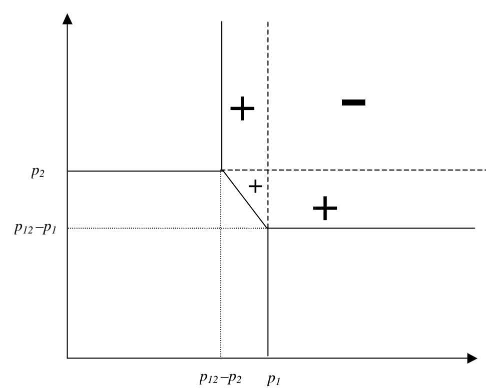
— Troisième degré : Il consiste en une segmentation sur des critères observables. On classe par exemple les individus en fonction de leur revenu. Pour deux groupes par exemple, l'un va avoir une élasticité-prix de demande négligeable devant celle de l'autre, ce qui va se traduire par un prix plus élevé pour le premier. On remarque que pour que cela puisse fonctionner, il ne doit pas y avoir de marché secondaire. Pour éviter cela, les entreprises en situation de monopole peuvent procéder à une intégration verticale des secteurs à forte élasticité, de sorte à ce que les secteurs à faible élasticité se retrouvent *squeezzés* par la force des choses.

— Second degré : Il s'agit ici de proposer des menus d'options qui se différentient par exemple en fonction de la quantité achetée (cf forfaits mobiles). D'une manière générale, la tarification non linéaire s'inscrit dans une logique de discrimination du second degré.
Cela peut aussi se manifester par des ventes liées (ou par lots). Par exemple un fabricants de 2 logiciels peut avoir intérêt à proposer des packages..

Un modèle de discrimination du second degré

On se propose de préciser l'idée précédente de vente par lots à l'aide d'un modèle. On considère un monopole qui produit deux biens à coût marginal nul. Ces biens indivisibles sont notés 1 et 2. On a des individus demandeurs caractérisés par un consentement à payer $\theta = (\theta_1, \theta_2)$ avec des notations évidentes. On suppose que $\theta \in I^2$, I intervalle de $\mathbb{R}^+$ est distribué selon une certaine densité dF.

Si le monopole propose les prix p_1 et p_2, on peut prévoir ce qu'achètent les consommateurs selon leurs consentement à payer.



Variation de recette par packaging

— Achat du bien 1 seul :

$$\begin{aligned} \theta_1 - p_1 &\geq 0 \\ \theta_1 - p_1 &\geq \theta_2 - p_2 \\ 0 &\geq \theta_2 - p_2 \end{aligned}$$

— Achat du bien 2 seul :

$$\begin{aligned} \theta_2 - p_2 &\geq 0 \\ \theta_2 - p_2 &\geq \theta_1 - p_1 \\ 0 &\geq \theta_1 - p_1 \end{aligned}$$

— Achat des 2 biens

$$\begin{aligned} \theta_1 - p_1 &\geq 0 \\ \theta_2 - p_2 &\geq 0 \end{aligned}$$

Que se passe-t-il lorsqu'on propose un *package* dont le prix p_{12} est tel que $p_{12} < p_1 + p_2$?

— Achat du bien 1 seul :

$$\theta_1 - p_1 \geq 0$$
$$\theta_1 - p_1 \geq \theta_1 + \theta_2 - p_{12}$$
$$\theta_1 - p_1 \geq \theta_2 - p_2$$

— Achat du bien 2 seul :

$$\theta_2 - p_2 \geq 0$$
$$\theta_2 - p_2 \geq \theta_1 + \theta_2 - p_{12}$$
$$\theta_2 - p_2 \geq \theta_1 - p_1$$

— Achat des 2 biens

$$\theta_1 + \theta_2 - p_{12} \geq 0$$
$$\theta_1 + \theta_2 - p_{12} \geq \theta_1 - p_1$$
$$\theta_1 + \theta_2 - p_{12} \geq \theta_2 - p_2$$

Il apparaît que les personnes achetant initialement 1 et 2 continuent d'acheter 1 et 2 mais au prix $p_{12} < p_1 + p_2$. D'où un effet négatif $(-)$ sur la recette. A cet effet s'oppose un effet positif sur la recette (+) des individus qui n'achetaient qu'un seul produit et qui maintenant achètent les deux et des individus qui avant n'achetaient rien.

Intuitivement, pour que l'effet (+) soit plus important que l'effet $(-)$, et donc que l'opération soit de bon aloi, θ_1 et θ_2 ne doivent pas être trop corrélés. postivement.

Oligopole

L'économie industrielle est la branche de la micoéconomie dont l'objet est la modélisation des comportements stratégiques des firmes. Elle traite ainsi des phénomènes comme la collusion, les fusions stratégiques, les stratégies industrielles... Elle s'appuie de manière explicite sur une branche des mathématiques appliquées : la théorie des jeux.

zeste de théorie des jeux

On peut représenter un "jeu" (ici à deux joueurs) de la manière suivante. Chacun des joueurs, $i = 1$ ou 2, doit choisir une action x_i (on dit une stratégie) dans un ensemble donné X_i. Le résultat du jeu est alors résumé par la donnée de deux fonctions réelles à deux variables : $u_i(x_1, x_2)$,. qui représente les "gains" monétaires ou non, de chaque joueur. Ces fonctions peuvent être très générales. En particulier on ne se restreint pas nécessairement au cas du conflit pur où $u_1 + u_2 = 0$.

La théorie des jeux a pour objet de "pévoir" ou de "conseiller". Quelles stratégies vont être jouées, et pourquoi ?

— Equilibre de Nash

La première idée consiste à formaliser l'idée que chaque joueur "se fait une idée de ce que joue l'autre" pour décider de son action. On est à l'équilibre lorsque ces idées sont compatibles.

On définit ainsi les meilleures réponses comme :

$$\begin{aligned} x_1 &\in MR_1(x_2) \iff \forall x \in X_1, u_1(x_1, x_2) \geq u_1(x, x_2) \\ x_2 &\in MR_2(x_1) \iff \forall x \in X_2, u_2(x_1, x_2) \geq u_1(x_1, x) \end{aligned}$$

Par exemple, si les fonctions u sont concaves, les espaces de stratégies sont des intervalles et si les maximums sont atteints dans l'intérieur, on écrit les conditions du premier ordre (conditions nécessaires pour que (x_1^*, x_2^*) soit un équilibre de Nash) :

$$\begin{aligned} \frac{\partial u_1}{\partial x_1}(x_1^*, x_2^*) &= 0 \\ \frac{\partial u_2}{\partial x_2}(x_1^*, x_2^*) &= 0 \end{aligned}$$

Définition 2. L'équilibre de Nash d'un jeu est un couple $\left(x_1^*, x_2^*\right)$ tels que $x_1^* \in MR_1\left(x_2^*\right)$ et $x_2^* \in MR_2\left(x_1^*\right)$

— Equilbre de Stackelberg

Dans ce type de configuration, on suppose que l'un des joueurs joue en premier (et annonce sa stratégie), l'autre joueur prend cette stratégie comme donnée et ajuste la sienne en conséquence. L'idée consiste alors à remarquer que le joueur 1 peut prévoir ce que va faire le joueur 2 pour chacune de ses propres actions. Il lui suffit alors d'optimiser sa propre stratégie.

$$\text{trouver } x_1 \text{ qui maximise } u_1(x_1, MR_2(x_1))$$

La condition du premier ordre s'écrit :

$$\frac{\partial u_1}{\partial x_1} + \frac{\partial u_1}{\partial x_2}\frac{d(MR_2)}{dx_1} = 0$$

On voit évidemment que la stratégie retenue par le joueur 1 n'est pas une meilleure réponse à la stratégie de 2. Elle donne cependant un paiement plus grand que celle d'équilibre de Nash puisque l'on a :

$$u_1(x_1^*, MR_2(x_1^*)) \leq \max u_1(x_1, MR_2(x_1))$$

L'équilibre de Stackelberg est tenable si la stratégie de 1 peut être rendue irréversible (fait accompli). (Sinon 1 serait "tenté" de changer et d'adopter une meilleure réponse à 2, ce que 2 lui même pourrait anticiper...et ainsi de suite jusqu'à l'équilibre de Nash !).

— Si on interprête u_i comme des paiements monétaires, il est intéressant de remarquer qu'aucun des deux équilibres précédents ne maximise le bénéfice total. En effet, une condition nécessaire de maximisation du bénéfice total est donnée par :

$$\begin{aligned}
\frac{\partial u_1}{\partial x_1}(\widehat{x}_1, \widehat{x}_2) + \frac{\partial u_2}{\partial x_1}(\widehat{x}_1, \widehat{x}_2) &= 0 \\
\frac{\partial u_1}{\partial x_2}(\widehat{x}_1, \widehat{x}_2) + \frac{\partial u_2}{\partial x_2}(\widehat{x}_1, \widehat{x}_2) &= 0
\end{aligned}$$

On se pose la question de savoir comment modéliser la concurrence entre **deux** fabricants du même bien. On raconte à ce propos deux histoires. Pour le commun des mortels, la concurrence se manifeste par la guerre des prix. C'est ce qu'on imagine naturellement. Cependant, il y a une autre histoire : les entreprises peuvent mettre sur le marché des quantités données. Par exemple, des pêcheurs arrivent le matin avec leur poisson pour la vente à la criée. S'il y a peu de poisson, le prix sera élevé et s'il y en a beaucoup, le prix sera faible. Ici, la variable stratégique de chaque pêcheur est la quantité avec laquelle il va arriver.

Equilibre de Cournot

C'est l'équilibre résultant de la concurrence par les quantités. On suppose qu'il existe un mécanisme donnant le prix en fonction de la quantité (par exemple, la vente à la criée) $q \to P(q) \equiv D^{-1}(q)$. On indice par i les acteurs et on note q_i leur variable stratégique de quantité, et C_i leur coût de production.

Le profit de l'entreprise i est donné par :

$$\Pi_i(q_i, q_{-i}) = P\left(\sum_j q_j\right) q_i - C_i(q_i)$$

expression dans laquelle q_{-i} représente le vecteur des quantités fournies par les producteurs autres que i.

Chaque entreprise considère l'offre de l'autre fixée : elle réagit de manière optimale.

L'équilibre (équilibre de Nash) lié à ce problème est appelé équilibre de Cournot. On note qu'un équilibre de Cournot (q_1^*, q_2^*) est donc tel que :

$$\begin{cases} \forall q_1 & \Pi_1(q_1^*, q_2^*) \geq \Pi_1(q_1, q_2^*) \\ \forall q_2 & \Pi_2(q_1^*, q_2^*) \geq \Pi_2(q_1^*, q_2) \end{cases}$$

On doit avoir ainsi : $q_i^* = \arg\max \Pi_i(q_i, q_{-i}^*)$. La condition du 1[er] ordre associée est : $P(\sum q_j^*) + q_i^* P'(\sum q_j^*) = C_i'(q_i^*)$.

Prenons par exemple :

— $D(p) \equiv 1 - p$, et donc $P(q) \equiv 1 - q$.

— $C_i(q) \equiv c_i q, \ i = 1, 2$

On obtient alors l'équilibre de Nash : $q_i^* = \frac{1-2c_i+c_j}{3}$, et la quantité totale est $q_1^* + q_2^* = \frac{2-c_1-c2}{3}$.

Même si elles n'ont pas le même coût marginal, les entreprises peuvent être toutes deux actives à l'équilibre, c'est-à-dire que même si $c_1 \gg c_2$, l'entreprise 1 produit. Ainsi, à l'équilibre de Cournot, il n'y a aucune raison d'avoir $C_1'(q_1^*) = C_2'(q_2^*)$.. Mais si 2 était en monopole, $q^M = \frac{1-c_2}{2} < q_1^* + q_2^*$: le duopole est inefficace mais donne lieu à une production plus importante que la production de monopole.

Remarquons enfin que les profits d'équilibre sont positifs. Par exemple avec les hypothèses ci-dessus :

$$\Pi_i(q_1^*, q_2^*) = \frac{\left(1 - 2c_i + c_j\right)^2}{9}$$

L'équilibre de Cournot n'est pas optimal du point de vues des producteurs : il existe des offres q_1, q_2 qui donnent un profit plus grand à chacun des deux. Par exemple, lorsque $c_1 = c_2$, $q_1 = q_2 = \frac{q^M}{2}$, où q^Mest l'offre de monopole. Le profit atteint par chacune des entreprises est $\frac{(1-c)^2}{8} > \frac{(1-c)^2}{9}$. En revanche cette configuration n'est pas stable : $\frac{q^M}{2}$ n'est pas la meilleure réponse à $\frac{q^M}{2}$. La collusion des deux producteurs n'est pas stable.

Equilibre de Bertrand

L'équilibre de Bertrand est une concurrence en prix. On se donne deux entreprises produisant le même bien à des prix p_1 et p_2. On a très naturellement :

$$\begin{cases} p_1 < p_2 \Rightarrow & \begin{cases} D_1(p_1,p_2) = 1 - p_1 \\ D_2 = 0 \end{cases} \\ p_1 > p_2 \Rightarrow & \begin{cases} D_1 = 0 \\ D_2(p_1,p_2) = 1 - p_2 \end{cases} \\ p_1 = p_2 \Rightarrow & \begin{cases} D_1 = D_2 = \frac{1-p_1}{2} \end{cases} \end{cases}$$

Lorsque l'un des deux prix est plus avantageux, la demande se dirige sur l'entreprise affichant ce prix. Lorsque les deux prix sont égaux, les consommateurs tirent au sort le magasin dans lequel ils vont, avec une probabilité $\frac{1}{2}$.

On note, c_1 et c_2 les coûts marginaux. On suppose dans un premier temps que $c_1 = c_2 = c$. On ne peut alors pas avoir $c < p_1 < p_2$, car si tel était le cas, 2 réviserait son prix p_2 avec $p_2' \in]c, p_1[$. Nécessairement, le seul équilibre de Nash pouvant exister est $p_1^* = p_2^* = c$. On l'appelle équilibre de Bertrand.

Si on suppose maintenant que $c_1 > c_2$, l'équilibre de Nash devient :

$$\begin{cases} p_2 = c_1 - \varepsilon \\ p_1 \geq c_1 \end{cases}$$

où ε est petit. C'est une stratégie de prix limite. Cet équilibre n'est évidemment pas efficace car *le prix* s'ajuste au coût marginal le plus grand. Le profit est positif pour 2 et nul pour 1.

La collusion

Les entreprises peuvent-elle mieux faire en s'entendant ?

A quoi bon baisser ses prix et sombrer dans la guerre des prix ? Pourquoi ne pas signer une sorte de contrat avec le concurrent ?

— 1 et 2 peuvent s'entendre sur $p_1 = p_2 = p^M$, prix de monopole et se partager Π^M : un tel contrat explicite est illégal.

— Il peut aussi y avoir entre 1 et 2 une collusion tacite grâce à la répétition du jeu, sur le modèle du dilemme du prisonnier itéré et l'application d'une stratégie agressive en représailles.

Considérons qu'il y a une infinité de périodes. A chaque instant, 1 et 2 fixent p_1 et p_2. Examinons la stratégie suivante :

$$\begin{cases} \text{On joue } p^M \text{ tout le temps, avec un profit } \frac{\Pi^M}{2} \\ \text{Si jamais } i \text{ voit que } j \text{ a trahi l'accord i joue } p_i = c \ldots \textit{ à toute période ultérieure.} \end{cases}$$

Le profit intertemporel atteint en respectant l'accord est :

$$\frac{\Pi^M}{2} + \delta\frac{\Pi^M}{2} + \delta^2\frac{\Pi^M}{2} + ... + \delta^n\frac{\Pi^M}{2} + ... = \frac{1}{1-\delta}\frac{\Pi^M}{2}$$

où δ est le facteur d'actualisation qui mesure la valeur accordée au futur.

Si un joueur ne respecte pas l'accord il obtient (au mieux) le profit de monopoleΠ^M , à la date courante et 0 pour toute période ultérieure.

Respecteur l'accord est optimal si $\frac{1}{1-\delta}\frac{\Pi^M}{2} \geq \Pi^M$, c'est à dire $\delta \geq \frac{1}{2}$.

Ainsi, si la valeur accordée aux profits futurs est suffisammment grande ($\delta \geq \frac{1}{2}$), la collusion peut être stabilisée par la répétition du jeu.

Autres exemples de comportements stratégiques

Prolifération

Considérons le modèle de duopole par les quantités. Prenons le cas très simple dans lequel les deux firmes, qui produisent à coût marginal constant, c, font face à une demande (inverse) :

$$p = 1 - q$$

Supposons que l'entreprise 1 soit leader (elle décide en premier la quantité offerte). Si elle fixe sa production à un niveau q_1, l'entreprise 2 va ajuster la sienne de manière à maximiser son profit :

$$\max_y (1 - q_1 - y - c)y$$

Sa quantité $q_2 = MR_2(q_1)$ est : $q_2 = \frac{1-q_1-c}{2}$

Anticipant cela, 1 choisit la quantité qu'il met sur le marché de manière à maximiser :

$$\max(1 - x - \frac{1-x-c}{2} - c)x$$

Ce qui donne :

$$\begin{aligned} q_1^S &= \frac{1-c}{2} \\ \text{et donc } q_2^S &= \frac{1-c}{4} \end{aligned}$$

Alors qu'à l'équilibre de Nash on avait :

$$q_1 = q_2 = \frac{1-c}{3}$$

On dit que la fime 1 "prolifère" stratégiquement pour limiter la production de 2. La production de 1 est supérieure à ce qu'elle serait si elle était une meilleure réponse à la quantité mise sur le marché par 2. Ce point est essentiel : en produisant de la sorte, 1 contraint 2 à une petite production. En revanche l'entreprise 1 doit faire en sorte de rendre sa stratégie irréversible car $q_1^S \notin MR_1\left(q_2^S\right)$. Dans le cas contraire 1 serait tenté de réajuster son offre q_1 (à la baisse) au niveau $MR_1\left(q_2^S\right)$. D'ajustement en ajustement, on déboucherait sur l'équilibre de Nash !

Différenciation

Considérons une plage linéaire représentée par le segment [0,1]. Chaque estivant est situé à une "adresse" x sur cette plage. Il fait si chaud que chacun d'eux est prêt à payer assez cher pour acheter une glace. Si un marchand de glace, situé à l'adresse a, propose la glace au prix p, l'estivant assoiffé subira un "coût" égal $p+(x-a)^2$ pour aller chercher sa glace. Ce coût est composé d'un coût monétaire et d'un coût psychologique du à l'éluignement et proportionnel au carré de la distance.

S'il y a deux marchands de glace, l'un en a et l'autre en b, $a \leq b$, proposant des gaces aux prix p_a et p_b , l'estivant en x choisira le marchand qui minimise le coût.

$$
\begin{array}{lcl}
x \text{ va en } a \text{ si} & : & p_a+(x-a)^2<p_b+(x-b)^2 \\
x \text{ va en } b \text{ si} & : & p_b+(x-b)^2<p_a+(x-a)^2 \\
 & & x \text{ tire au sort si égalité}
\end{array}
$$

En supposant que les vacanciers sont répartis uniformément sur le plage, les parts de marché qui en résultent sont :

$$
\begin{array}{lcl}
\text{clients de } a & : & \left[0, \dfrac{a+b}{2}+\dfrac{p_b-p_a}{2(b-a)}\right] \\
\text{clients de } b & : & \left[\dfrac{a+b}{2}+\dfrac{p_b-p_a}{2(b-a)}, 1\right]
\end{array}
$$

Ce qui conduit aux demandes :

$$
\begin{array}{lcl}
D_a & = & \dfrac{a+b}{2}+\dfrac{p_b-p_a}{2(b-a)} \\
D_b & : & \dfrac{1-a+1-b}{2}+\dfrac{p_a-p_b}{2(b-a)}
\end{array}
$$

On voit que lorque les vendeurs sont faiblement différenciés, (a proche de b), les parts de marché (la demande) devient très sensible au prix.

Considérons le scénario suivant : dans une première étape, les deux firmes choisissent leur emplacement. Dans une seconde étape, elles chosissent leur prix.

Nous allons résoudre ce jeu de la manière suivante : *à* position fixées, à quel équilibre en prix aboutit-on ? Anticipant cet équilibre, quel est alors le scénario conduisant au choix des positions. Intuitivement, cette manière de faire correspond au raisonnement suivant : lorsque les magasins sont proches l'un de l'autre, la concurrence sera sévère et poussera chacun d'eux à la baisse des prix. En s'éloignant les magasins relachent la concurrence, mais s'éloignent aussi du coeur du marché. On peut se demander quel est le bilan de ces deux effets : une stratégie de niche permet d'éviter la concurrence mais diminue le marché potentiel !

Calculons à a et b fixés les meilleures réponses en prix :

$$\begin{aligned} p_a \text{ maximise} &: \left(\frac{a+b}{2} + \frac{p_b - p_a}{2(b-a)}\right) p_a \\ \text{c'est à dire} &: MR_a(p_b) = \frac{b^2 - a^2 + p_b}{2} \end{aligned}$$

De la même manière on a :

$$\text{c'est à dire : } MR_b(p_a) = \frac{(1-a)^2 - (1-b)^2 + p_a}{2}$$

L'équilibre en prix (p_a^*, p_b^*) est solution du système $p_a = MR_a(p_b)$ et $p_b = MR_b(p_a)$

On trouve

$$\begin{aligned} p_a^* &= (b-a)\frac{(b+a)+2}{3} \\ p_b^* &= (b-a)\frac{4-(b+a)}{3} \end{aligned}$$

La part de marché de a est alors à l'équilibre :

$$\frac{a+b}{2} + \frac{p_b^* - p_a^*}{2(b-a)} = \frac{2+b+a}{6}$$

Celle de b :

$$\frac{4-b-a}{6}$$

Les profits sont :

$$\begin{aligned} \Pi_a(a,b) &= \left(\frac{a+b}{2} + \frac{p_b^* - p_a^*}{2(b-a)}\right) p_a^* = \frac{(2+b+a)^2}{18}(b-a) \\ \Pi_b(a,b) &= \frac{(4-(a+b))^2}{18}(b-a) \end{aligned}$$

Le raisonnement se poursuit alors en cherchant l'équilibre de Nash en considérant cette fois-ci les startégies de position. On a alors un jeu dont les paiements sont simplement les profits calculés c–dessus.

La meilleure réponse de a à b est définie par

$$\frac{\partial \Pi_a}{\partial a} = 0$$

C'est-à-dire :

$$a = \frac{b-2}{3}$$

De la même manière :

$$b = \frac{4+a}{3}$$

On trouve alors :

$$\begin{aligned} a &= -1/4 \\ b &= 5/4 \end{aligned}$$

Les deux entreprises s'éloignent significativement du centre du marché !